মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষাবোর্ড, চট্টগ্রাম।

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত

বিষয় কোডঃ ১২৬ | পূর্ণমান-৫০

[২০২৫ সালের সিলেবাস অনুসারে]

উত্তরপত্র মূল্যায়নের নম্বর নির্দেশিকা (RUBRICS) ও নমুনা উত্তর (MODEL ANSWER)

নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
১ (ক)	সহজমান	১	দেওয়া আছে, $\int(x) = \sqrt{2x-5}$ এখানে, $\int(x) = \sqrt{2x-5} \in R$ হবে যদি এবং কেবল যদি $2x - 5 \geq 0$ হয়।
		১	বা, $2x \geq 5$ বা, $x \geq \frac{5}{2}$ $\therefore$ ডোমেন $\int = \{x : x \in R$ এবং $x \geq \frac{5}{2}\}$
১ (খ)	মধ্যমমান	১	এখানে, $\frac{a^2-bc}{p} = \frac{b^2-ca}{q} = \frac{c^2-ab}{r} \neq 0$ ধরি $\frac{a^2-bc}{p} = \frac{b^2-ca}{q} = \frac{c^2-ab}{r} = k \neq 0$ এখন, $\frac{a^2-bc}{p} = K$ বা, $a^2 - bc = PK$ বা, $a^3 - abc = pak$.....(i) [a দ্বারা গুণ করে]
		১	আবার, $\frac{b^2-ca}{q} = K$ বা, $b^2 - ca = qk$ বা, $b^3 - abc = qbk$.....(ii) [b দ্বারা গুণ করে] এবং $\frac{c^2-ab}{r} = k$ বা, $c^2 - ab = rk$ বা, $c^3 - abc = rck$.....(iii) [c দ্বারা গুণ করে]

		১	(i) নং,(ii) নং,(iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই, $a^3 - abc + b^3 - abc + c^3 - abc = pak + qbk + rck$ বা, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = K\,[pa + qb + rc]$ বা, $(a + b + c)\,(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = K\,(pa + qb + rc)$
		৪	বা, $(a+b+c)\,\{(a2 - bc) + (b2 - ca) + (c2 - ab)\} = K\,(pa+qb+rc)$ বা, $(a+b+c)\,(pk+qk+rk) = K\,(pa+qb+rc)$ বা, $(a+b+c)\{K(p+q+r)\} = K(pa+qb+rc)$ বা, $(a+b+c)\,(p+q+r) = pa+qb+rc$ [K বর্জন করে] $\therefore (a+b+c)\,(p+q+r) = pa + qb + rc$ [দেখানো হলো]
১ (গ)	কঠিনমান	১	দেওয়া আছে, $Q(y) = \frac{y^2}{y^2-49}$ $= \frac{y^2-49+49}{y^2-49}$ $= \frac{y^2-49}{y^2-49} + \frac{49}{y^2-49}$ $= 1 + \frac{49}{(y)^2-(7)^2}$ $= 1 + \frac{49}{(y+7)(y-7)}$
		২	ধরি, $\frac{49}{(y+7)(y-7)} \equiv \frac{A}{y+7} + \frac{B}{y-7}$ ....(i) (i) নং কে $(y + 7)\,(y - 7)$ দ্বারা গুণ করে পাই, $49 \equiv A\,(y - 7) + B\,(y + 7)$................(ii) যা y এর সকল মানের জন্য সত্য।
		১	(ii) নং এ $y = -7$ বসিয়ে পাই, $49 = A\,(-7 - 7) + B\,(-7 + 7)$ বা, $49 = A\,(-14) + B \times 0$ বা, $49 = -14A + 0$ বা, $-14A = 49$ বা, $A = \frac{-49}{14}$ $\therefore A = \frac{-7}{2}$

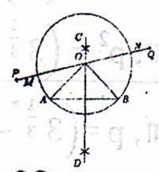
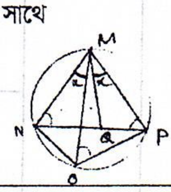
		৪	আবার, (ii) নং এ $y = 7$ বসিয়ে পাই $49 = A(7-7) + B(7+7)$ বা, $49 = A \times 0 + 14B$ বা, $14B = 49$ বা, $B = \frac{49}{14}$ বা, $B = \frac{-49}{14}$ $\therefore B = \frac{7}{2}$ এখন, A ও B এর মান (i) নং বসিয়ে পাই $\frac{49}{(y+7)(y-7)} \equiv \frac{-\frac{-7}{2}}{y+7} + \frac{\frac{7}{2}}{y-7}$ $\therefore Q(y) = \frac{y^2}{y^2-49} \equiv 1 - \frac{7}{2(y+7)} + \frac{2}{2(y-7)}$ যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।

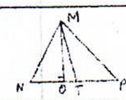
নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
২ (ক)	সহজমান	১	$y = 2$ হলে ধারাটি $= 1 + (1+2)^{-1} + (1+2)^{-2} + (1+2)^{-3} + \ldots$ $= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \ldots$ ধারাটির ১ম পদ $(a) = 1$
		২	সাধারণ অনুপাত $(r) = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$ $\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ অনুপাত $= \frac{1}{3}$
২ (খ)	মধ্যমান	১	$(x + \frac{k}{x})^7$ কে দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই, $(x + \frac{k}{x})^7 = x^7 + 7c_1 x^6 \left(\frac{k}{x}\right)^1 + 7c_2 x^5 \left(\frac{k}{x}\right)^2 + 7c_3 x^4 \left(\frac{k}{x}\right)^3 + 7c_4 x^3 \left(\frac{k}{x}\right)^4 + 7c_5 x^2 \left(\frac{k}{x}\right)^5 + 7c_6 x \left(\frac{k}{x}\right)^6 + \ldots$
		২	$\therefore k^5$ এর সহগ $= 657$ অর্থাৎ, $\frac{21}{x^3} = 567$

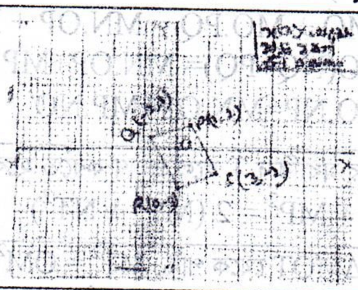
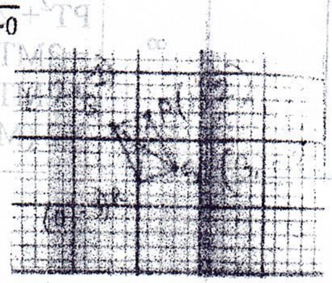
		৩	প্রশ্নমতে, $\frac{21}{x^3} = 567$ বা, $567x^3 = 21$ বা, $x^3 = \frac{21}{567}$
		৪	বা, $x^3 = \frac{1}{27}$ বা, $x = \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$ $\therefore x = \frac{1}{3}$
২ (গ)	কঠিনমান	১	ধারাটি $= 1 + (1+y)^{-1} + (1+y)^{-2} + (1+y)^{-3} + \ldots\ldots$ $= 1 + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+y)^3} + \ldots\ldots$ ধারাটির ১ম পদ $(a) = 1$ সাধারণ অনুপাত $(r) = \frac{\frac{1}{1+y}}{1}$ $= \frac{1}{1+y} \times 1$ $= \frac{1}{1+y} < 1$
		২	প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি, $\lvert r \rvert < 1$ হয় অর্থাৎ $-1 < r < 1$ বা, $-1 < \frac{1}{1+y} < 1$ বা, $-1 < \frac{1}{1+y}$ বা, $-1 > 1 + y$ বা, $1 - 1 + y < -1 - 1$ বা, $y < -2$
		৩	আবার, $\frac{1}{1+y} < 1$ বা, $1 + y > 1$ বা, $1 - 1 + y > 1 - 1$ বা, $y > 0$ সুতরাং, $y > 0$ এবং $y < -2$ শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে।

		৪	আমরা জানি ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $S_\infty = \frac{a}{a-r}$ $= \frac{1}{1-\frac{1}{1+y}}$ $= \frac{1}{\frac{1+y-1}{1+y}}$ $= 1\times\frac{1+y}{y} = \frac{1+y}{y}$

নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
৩ (ক)	সহজমান	১	দেওয়া আছে, $2x^2 - x - 1 = 0$ হলে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই $a = 2, b = -1$ এবং $c = -1$
		২	$\therefore$ নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$ $= (-1)^2 - 4, 2\ (-1)$ $= 1+8 = 9$
৩ (খ)	মধ্যমান	১	দেওয়া আছে, $p^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$ বা, $p^2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{-2}{3}} - 2$ বা, $p^2 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^2 - 2.3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{-1}{3^{3}}\right)^2$ বা, $p^2 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right)^2$
		২	বা, $p = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right)$ [বর্গমুল করে] বা, $p^3 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right)^3$ [ঘন করে]
		৩	বা, $p^3 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(3^{\frac{-1}{3}}\right)^3 - 3.3^{\frac{1}{3}}.3^{\frac{-1}{3}}\left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{-1}{3}}\right)$ বা, $p^3 = 3 - 3^{-1} - 3.3^0.p$ বা, $p^3 = 3 - \frac{1}{3} - 3.1.p$ বা, $p^3 = \frac{9-1-9p}{3}$
		৪	বা, $3p^3 = 8 - 9p$ বা, $3p^3 + 9p = 8$ $\therefore 3p^3 + 9p = 8$ [প্রমাণিত]

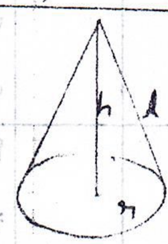
নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
৩ (গ)	কঠিন মান	১	দেওয়া আছে, $N = 2$ এবং $N = \frac{\log(7+x)}{\log_k^x}$ এখানে, $N = 2$ বা, $\frac{\log_k(7+x)}{\log_k^x} = 2$ বা, $\log k_k\,(7+x) = \log_k^{x^2}$
		২	বা, $7 + x = x^2$ [$\log_k$ বর্জন করে] বা, $x^2 - x - 7 = 0$ এখন ax2 + bx + c = 0 এর সাথে তুলনা করে পাই $a = 1,\ b = -1$ এবং $c = -7$
		৩	বা, $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1\,(-7)}}{2.1}$ বা, $x = \frac{1 \pm \sqrt{1+28}}{2}$ বা, $x = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$
		৪	বা, $x = \frac{1-\sqrt{29}}{2}$ ইহা গ্রহণযোগ্য নহে। $\therefore x = \frac{1+\sqrt{29}}{2}$ (দেখানো হল)
নম্বর	**দক্ষতা**	**মান**	**প্রত্যাশিত উত্তর**
৪ (ক)	সহজমান	১+১	এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র একটি নির্দিষ্ট সরলরেখায় অবস্থিত থাকে।  এখানে সঠিকভাবে অংকন চিহ্নিত না হলে অথবা অন্য কোনো একটি অংশ না থাকলে ১ নম্বর পাবে। যথাযথভাবে হলে ২ নম্বর পাবে।
৪ (খ)	মধ্যমান	১	বৃত্তে অর্ন্তলিখিত MNOP চর্তুভুর্জের বিপরীত বাহুগুলো MN ও OP এবং NO ও MP, NP এবং MO চর্তুভুজটির দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, MO.NP= MN.OP + MP.ON প্রমাণ: $\angle NMO$ এর সমান করে M বিন্দুতে MP রেখার সাথে $\angle NMO = \angle PMQ$ আঁকি। $\therefore \angle NMO = \angle PMQ$ উভয়পক্ষে $\angle OMQ$ যোগ করি $\therefore \angle NMO + \angle OMQ = \angle PMQ + \angle OMQ$ অর্থাৎ $\angle NMQ = \angle PMO$ 
		২	ΔMNQ এর ΔMPO এর মধ্যে, $\angle NMQ = \angle PMO$, $\angle MNP = \angle MOP$ [MP চাপের জন্য] অবশিষ্ট $\angle MQN$ = অবশিষ্ট $\angle MPO$ $\therefore \Delta MNQ$ ও ΔPMO সদৃশকোণী

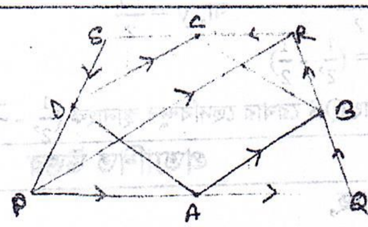
			$\frac{NQ}{OP} = \frac{MN}{MO}$ $NQ.MO = MN.OP$.............(i)
		৩	আবার ΔMNO ও ΔPMQ এর মধ্যে $\angle NMO = \angle PMQ$ $\angle MPQ = \angle MON$ [MN চাপের জন্য] অবশিষ্ট $\angle MNO$ = অবশিষ্ট $\angle MQP$ $\therefore \Delta MNO$ ও ΔPMQ সদৃশকোণী $\frac{MP}{MO} = \frac{PQ}{NO}$ $MO.PQ = MP.NO$..............(ii)
		৪	(i) ও (ii) যোগ করে, $NQ.MO + MO.PQ = MN.OP + MP.NO$ বা, $MO(NQ+PQ) = MN.OP+MP.NO$ বা, $MO.NP=MN.OP+MP.NO$ [প্রমাণিত]
৪ (গ)	কঠিনমান	১	NP এর মধ্যবিন্দু T হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $MN^2 + MP^2 = 2\,(MT^2 + NT^2)$ 
		২	প্রমাণঃ ΔMOT থেকে পাই, $MT^2 = OM^2 + OT^2$ ΔMON থেকে পাই, $MN^2 = MO^2 + ON^2$ $= OM^2 + (NT - OT)^2$ $= OM^2+NT^2+OT^2-2NT.OT$ $= OM^2+OT^2+NT^2-2NT.OT$ $= MT^2 + NT^2 - 2NT.OT$....(i)
		৩	আবার, ΔMOP এ $MP^2 = MO^2 + OP^2$ $= MO^2 + (OT + PT)^2$ $= MO^2 + OT^2 + PT^2 + 2OT.PT$ $= MT^2 + PT^2 + 2OT.PT$........(ii)
		৪	(i) ও (ii) যোগ করে, $MN^2 + MP^2 = MT^2 + NT^2 - 2NT.OT + MT^2 + PT^2 + 2OT.PT$ $= 2MT^2 + NT^2 + NT^2 - 2PT.OT + 2OT.PT$ $= 2MT^2 + 2NT^2$ $= 2\,(MT^2 + NT^2)$

নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
৫ (ক)	সহজমান	১	দেওয়া আছে, N (1,2) এখন, N (1,2) বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরল রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$
		১	বা, $y - 2 = 3(x - 1)$ বা, $y - 2 = 3x - 3$ বা, $3x - y = 3 - 2$ বা, $3x - y - 1 = 0$ ∴ নির্ণেয় সমীকরণটি হলো: $3x - y - 1 = 0$
৫ (খ)	মধ্যমান	১	
		১	
		৩	প্রদত্ত বিন্দু চারটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে PQRS এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 0 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
		৪	$= \frac{1}{2}(6 - 0 + 6 + 1 - 0 + 9 + 2 + 4)$ বর্গ একক $= \frac{1}{2} \times 28$ $= 14$ বর্গ একক
৫ (গ)	কঠিন মান	১	এখানে, চারটি বিন্দুর স্থানাংক যথাক্রমে, P (1,2), Q(– 2, 1), R (0, – 3), এবং S (3, – 2) এখন, PR রেখার সমীকরণ, $\frac{y-2}{x-1} = \frac{2+3}{1-0}$ বা, $\frac{y-2}{x-1} = \frac{5}{1}$ বা, $5x - 5 = y - 2$ বা, $5x - y = 5 - 2$ বা, $y = 5x - 3$ ....(i) 

৮

		২	আবার QS রেখার সমীকরণ, $\frac{y-1}{x+2} = \frac{1+2}{-2-3}$ বা, $\frac{y-1}{x+2} = \frac{3}{-5}$ বা, $3x + 6 = -5y + 5$ বা, $3x + 5y + 6 - 5 = 0$ বা, $3x + 5y + 1 = 0$ ....(ii)
		৩	(ii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই $3x + 5(5x - 3) + 1 = 0$ বা, $3x + 25x - 15 + 1 = 0$ বা, $28x - 14 = 0$ বা, $28x = 14$ বা, $x = \frac{14}{28}$ $\therefore x = \frac{1}{2}$
		৪	x এর মান (i) নং বসাই, $y = 5.\frac{1}{2} - 3$ বা, $y = \frac{5-6}{2}$ বা, $y = \frac{-1}{2}$ $\therefore (x,y) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ $\therefore$ PR এবং QS রেখার ছেদবিন্দুর স্থানাংক $(\frac{1}{2}, -\frac{-1}{2})$

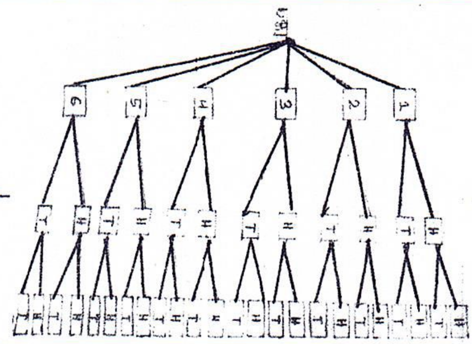
নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
৬ (ক)	সহজমান	১	দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ (r) = 3 সে.মি $\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি
		২	$= \frac{4}{3}\pi(3)^3$ ঘন সে.মি $= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 27$ ঘন সে.মি $= 113.0976$ ঘন সে.মি (প্রায়)
৬ (খ)	মধ্যমান	১	ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h একক, ব্যাসার্ধ r একক এবং কোণকের হেলানো উচ্চতা l একক। সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা (h) = 12 সে.মি এবং আয়তন = 100 ঘন সে.মি 
		২	প্রশ্নমতে, $\frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 12 = 100\pi$ বা, $4\pi r^2 = 100\pi$ বা, $r^2 = 100$ বা, $r^2 = \frac{100}{4}$ বা, $r^2 = 25$

		১	বা, $r = \sqrt{25}$ বা, $r = 5$ $\therefore$ হেলানো উচ্চতা $(\ell) = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
		৩	$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$ সে.মি $= \sqrt{144 + 25}$ সে.মি $= \sqrt{169}$ সে.মি $= 13$ সে.মি $\therefore$ কোনটির হেলানো উচ্চতা ১৩ সে.মি
৬ (গ)	কঠিনমান	১	এখানে, PQRS চতুর্ভুজের PQ, QR, RS ও PS বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A, B, C ও D। A,B; B,C; C,D এবং D,A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।
		২	
		১	প্রমাণঃ মনে করি, $\overrightarrow{PQ} = \underline{p}, \overrightarrow{QR} = \underline{q}, \overrightarrow{RS} = \underline{r}$ এবং $\overrightarrow{PS} = \underline{s}$ তাহলে, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{QB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QR} = \frac{1}{2}(\underline{p} + \underline{q})$ অনুরূপভাবে, $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\underline{q} + \underline{r}), \overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}(\underline{r} + \underline{s})$ এবং $\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}(\underline{s} + \underline{p})$
		৩	কিন্তু $(\underline{p} + \underline{q}) + (\underline{r} + \underline{s}) = \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RP}$ $= \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PR} = 0$ অর্থাৎ $\underline{p} + \underline{q} = -(\underline{r} + \underline{s})$ $\therefore \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\underline{p} + \underline{q}) = -\frac{1}{2}(\underline{r} + \underline{s}) = -\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC}$ $\therefore$ AB এবং DC সমান ও সমান্তরাল অনুরূপভাবে BC এবং AD সমানও সমান্তরাল $\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)

নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
৭ (ক)	সহজমান	১	$85° 15' = \left(85\frac{15}{60}\right)^\circ = \left(85\frac{1}{4}\right)^\circ$ $= \left(\frac{341}{4}\right)^\circ$
		২	$= \frac{341}{4} \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $= 1.488$ রেডিয়ান (প্রায়)
৭ (খ)	মধ্যমমান	১	দেওয়া আছে, $m = \tan\theta,\ n = \sec\theta$ এবং $q = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ $\text{L.H.S} = \frac{m+n-1}{m-n+1}$ $= \frac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1}$
		২	$= \frac{\tan\theta+\sec\theta-(\sec^2\theta-\tan^2\theta)}{\tan\theta-\sec\theta+1}$ $= \frac{(\sec\theta+\tan\theta)-(\sec\theta+\tan\theta)(\sec\theta-\tan\theta)}{\tan\theta-\sec\theta+1}$ $= \frac{(\tan\theta+\sec\theta)(1-\sec\theta+\tan\theta)}{(1-\sec\theta+\tan\theta)}$
		৩	$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$ $= \frac{\sin\theta+1}{\cos\theta}$ $= \frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{\cos\theta\,(1-\sin\theta)}$
		৪	$= \frac{1-\sin^2\theta}{\cos\theta\,(1-\sin\theta)}$ $= \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta\,(1-\sin\theta)}$ $= \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ $= q = \text{R.H.S}$ $\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S}$ (proved)

৭ (গ)	কঠিনমান	১	দেওয়া আছে, $m = \tan\theta, n = \sec\theta$ এখানে, $m^2 + n^2 = \frac{5}{3}$ বা, $\tan^2\theta + \sec^2\theta = \frac{5}{3}$ বা, $3(\sec^2\theta + \tan^2\theta) = 5$ বা, $3\left(\frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right) = 5$ বা, $3\left(\frac{1+\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right) = 5$ বা, $3 + 3\sin^2\theta = 5\cos^2\theta$
		২	বা, $3 + 3\sin^2\theta = 5(1 - \sin^2\theta)$ বা, $3\sin^2\theta = 5(1 - \sin^2\theta) - 3$ বা, $3\sin^2\theta = 5 - 5\sin^2\theta - 3$ বা, $3\sin^2\theta + 5\sin^2\theta = 2$ বা, $8\sin^2\theta = 2$
		৩	বা, $\sin^2\theta = \frac{2}{8}$ বা, $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$ বা, $\sin\theta = \pm\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, ১ম চর্তুভূজে $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$, যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$
		৪	দ্বিতীয় চতুর্ভূজে $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin(\pi - \frac{\pi}{6})$ $\therefore \theta = \frac{5\pi}{6}$, যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$ তৃতীয় চতুভাগে $\sin\theta = -\frac{1}{2} = \sin(\pi + \frac{\pi}{6})$ $\therefore \theta = \frac{7\pi}{6}$, যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$ এবং চতুর্থ চতুর্ভূজে $\sin\theta = -\frac{1}{2} = \sin(2\pi - \frac{5\pi}{6})$ $\therefore \theta = \frac{11\pi}{6}$ যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$ **Ans:** $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

৭ (গ)	কঠিনমান	১	দেওয়া আছে, $m = \tan\theta, n = \sec\theta$ এখানে, $m^2 + n^2 = \frac{5}{3}$ বা, $\tan^2\theta + \sec^2\theta = \frac{5}{3}$ বা, $3(\sec^2\theta + \tan^2\theta) = 5$ বা, $3\left(\frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right) = 5$ বা, $3\left(\frac{1+\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right) = 5$ বা, $3 + 3\sin^2\theta = 5\cos^2\theta$
		২	বা, $3 + 3\sin^2\theta = 5(1 - \sin^2\theta)$ বা, $3\sin^2\theta = 5(1 - \sin^2\theta) - 3$ বা, $3\sin^2\theta = 5 - 5\sin^2\theta - 3$ বা, $3\sin^2\theta + 5\sin^2\theta = 2$ বা, $8\sin^2\theta = 2$
		৩	বা, $\sin^2\theta = \frac{2}{8}$ বা, $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$ বা, $\sin\theta = \pm\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\theta = \frac{1}{2}$ হলে, ১ম চর্তুভূজে $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$, যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$
		৪	দ্বিতীয় চতুর্ভূজে $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin(\pi - \frac{\pi}{6})$ $\therefore \theta = \frac{5\pi}{6}$, যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$ তৃতীয় চতুভাগে $\sin\theta = -\frac{1}{2} = \sin(\pi + \frac{\pi}{6})$ $\therefore \theta = \frac{7\pi}{6}$, যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$ এবং চতুর্থ চতুর্ভূজে $\sin\theta = -\frac{1}{2} = \sin(2\pi - \frac{5\pi}{6})$ $\therefore \theta = \frac{11\pi}{6}$ যা গ্রহণযোগ্য কারণ $0 < \theta < 2\pi$ **Ans:** $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

নম্বর	দক্ষতা	মান	প্রত্যাশিত উত্তর
৮ (ক)	সহজমান	১	একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ ∴ মোট নমুনা বিন্দু = 6টি
		২	ছক্কা নিক্ষেপে 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল= 3টি যথা: 2,4,6 ∴ 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা= $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
৮ (খ)	মধ্যমান	১	একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের পরীক্ষাকে তিনটি ধাপ হিসেবে বিবেচনা করি। প্রথম ধাপে ছক্কা নিক্ষেপে 6টি ফলাফল= {1,2,3,4,5,6} আসতে পারে, পরবর্তী ধাপের প্রত্যেকটিতে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। তাই পরীক্ষায় মোট ফলাফল Probability tree এর সাহায্যে নিম্নোক্তভাবে দেখানো যায়।
		২	
		৩	
		৪	নমুনা ক্ষেত্রটি: S = {1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT, 6HH, 6TH, 6HT, 6TT}
৮ (গ)	কঠিন মান	১	(i) এখানে নমুনা বিন্দু গুলো হল: {1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT,. 6HH, 6HT, 6TH, 6TT} মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 24টি
		২	কমপক্ষে একটি T আসার অনুকূল ফলাফল= 18টি যথা: {1HT, 1TH, 1TT, 2HT, 2TH, 2TT, 3HT, 3TH, 3TT, 4HT, 4TH, 4TT, 5HT, 5TH, 5TT,P 6HT, 6TH, 6TT} ∴ কমপক্ষে একটি T আসার সম্ভাবনা $(P) = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

		৩	ছক্কায় মৌলিক সংখ্যা ও মুদ্রায় একই ফলাফল আসার নমুনা ক্ষেত্র S= {2HH, 2TT, 3HH, 3TT, 5HH, 5TT} মোট নমুনা বিন্দু = 6টি
		৪	ছক্কায় মৌলিক সংখ্যা ও মুদ্রায় একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা $(P) = \frac{6}{24}$ $= \frac{1}{4}$

প্রস্তুত করণেঃ

১। জনাব মোঃ মিজানুর রহমান

২। জনাব মোহাম্মদ আব্দুল রাজ্জাক